

CAPM 理論を使った投資家モデルの提案と 高速株式いた情報による検証

早稲田大学大学院会計研究科 京野 英貴

早稲田大学 豊泉 洋

本研究は CAPM 理論の β に基づく行動をする投資家モデルを提案し、これを実際の株式市場における高速取引データで検証したものである。

1. はじめに

CAPM(Capital Asset Pricing Model)理論は1960年代にて Sharpe. W.F、Lintner. J、Mossin. J らによって発表された資産評価モデルである[1][2][3]。市場均衡下においては資産の期待収益リターンは式(1)で示せることを述べ、これは CAPM 第二定理と呼ばれる[4]。

$$E[R_i] - r_f = \beta_{iM}(E[R_M] - r_f). \quad (1)$$

ここで $E[R_i]$ は任意のポートフォリオ i の期待収益、 r_f はリスクフリーレート、 $E[R_M]$ はマーケットポートフォリオの期待収益、 β_{iM} は $\text{Cov}(R_i, R_M)/\text{Var}(R_M)$ を示している。式(1)は任意のポートフォリオの期待リターンはマーケットポートフォリオの収益との関連性を示す β によって示す。

CAPM 理論が前提としている均衡状態は現実世界では成立しない[4]。現在 CAPM 理論を発展的に研究したものとして行動ファイナンスを軸にしたエージェントベースモデルなどがあげられる[5]。しかし、CAPM 理論は今日の資産価格論の基礎となるものであり、また実務においても CAPM 理論は利用されている[4][6][7]。

投資家は市場にその値段と量を買注文、売り注文として提示する。このような複数の投資家から寄せられた買注文、売り注文を価格ごとにまとめた情報は板気配と呼ばれる（図1参照）。

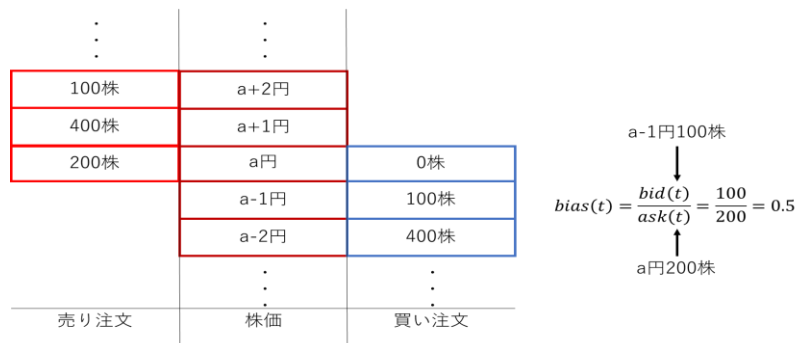


図 1.板気配の例

板気配はある時点での投資家の意思決定の結果を反映しているものといえる。CAPM 理論では、マーケットポートフォリオ(市場平均)と任意のポートフォリオの期待収益関係性を示す β が利用されている [4]。そこで本研究においては CAPM 理論の β を使った投資家のモデルを提案する。そして提案した投資家モデルの適合性を米国の株式市場での高速取引データにおける板気配情報[8]で検証する。

2. β 板投資家モデル

投資家はマーケットポートフォリオ(市場)の期待収益(P)と β の組み合わせによって意思決定を行う(図 2 参照)。

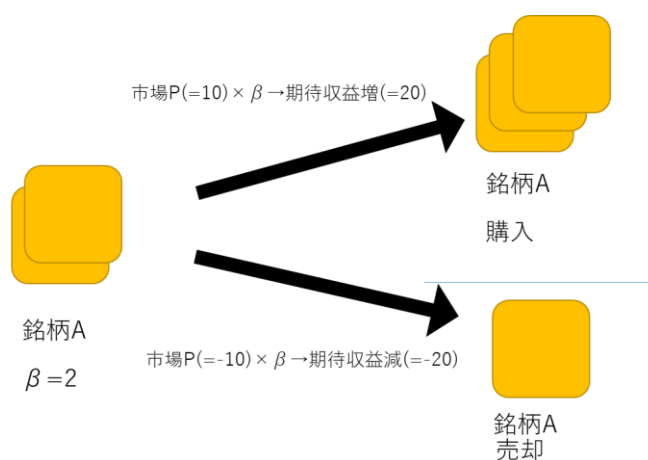


図 2. CAPM と投資家モデル

図 2 では投資家が $\beta=2$ である A という銘柄の株を持っていることを想定している。仮にこの時点でのマーケットポートフォリオの収益が 10 である場合、投資家は銘柄 A の期待収益が $2 \times 10 = 20$ であると考え、銘柄 A を購入することにより収益を上げるよう行動する。またマーケットポートフォリオの収益が -10 であった場合、投資家は銘柄 A の期待収益が $2 \times (-10) = -20$ であると考え、持っている銘柄 A を売却し損失を出さないよう行動する。

このようにマーケットポートフォリオの期待収益と β の組み合わせによって投資家は影響を受けると考える。表 1 は投資家の行動を組み合わせで表したものである。

表 1.投資家の動作

マーケットポートフォリオ(市場P)	β	期待収益	投資家の行動
正	正	正	買
正	負	負	売
負	正	負	売
負	負	正	買

このように投資家は β とマーケットポートフォリオの動向によって主に意思決定をする
と考える。これを β 板投資家モデルと呼ぶことにする。

3. β 板投資家モデルの検証法

本章では第2章で提示した仮説である β 板投資家モデルが成立しているかを検証する。本
研究で用いた銘柄は Apple、Amazon、Google、Intel の4社である[8]。またマーケットポート
フォリオは S&P500[9]を用いている。日時は 2012 年 6 月 21日を用いた。

板気配を評価する方法として株価に最も近い指値注文の量の比率(2)を用いた(図1参照)。

$$bias(t) = \frac{bid(t)}{ask(t)}. \quad (2)$$

$bias(t)$ は t 時点における買い注文と売り注文の比率を示す。 $bid(t)$ は t 時点における買い注
文の量、 $ask(t)$ は t 時点における売り注文の量を示す。

(2)では1を超えると買い注文の方が売り注文より多く1を下回ると売り注文が買い注文よ
り多いことを示している。買い注文が多ければ多くの投資家は株価が上がると予測して注文
したことと言える。本研究ではデータの安全性を考え、この $bias(t)$ を三期分とった式(3)、
 $biast(t)$ を板の評価として用いている。

$$biast(t) = \prod_{i=t}^{t+2} \frac{bid(i)}{ask(i)}. \quad (3)$$

4. 検証結果

検証の結果を表2として下に掲載する。なお表記について β とマーケットポートフォリオ
の直前の動きとその時モデルを用いたときに予測される株価の傾向を $\beta \times$ 市場 \rightarrow 株価上(あ
るいは株価下)という表現をしている。また $biast$ が 1 を上回るとき買い注文が売り注文より
多いことから買>売(板)と表現し、 $biast$ が 1 を下回るとき買<売(板)と表現している。

表 2. 検証結果、 $\text{biast}(t)$, $\beta(t)$

APPL	数	買>売(板)	買<売(板)	一致率
$\beta \times \text{市場} \rightarrow \text{株価上}$	170	114	55	0.670588
$\beta \times \text{市場} \rightarrow \text{株価下}$	152	101	50	0.328947
AMZN	数	買>売(板)	買<売(板)	一致率
$\beta \times \text{市場} \rightarrow \text{株価上}$	167	101	65	0.604790
$\beta \times \text{市場} \rightarrow \text{株価下}$	155	97	58	0.374194
GOOG	数	買>売(板)	買<売(板)	一致率
$\beta \times \text{市場} \rightarrow \text{株価上}$	163	59	104	0.361963
$\beta \times \text{市場} \rightarrow \text{株価下}$	159	74	84	0.528302
INTC	数	買>売(板)	買<売(板)	一致率
$\beta \times \text{市場} \rightarrow \text{株価上}$	178	104	74	0.584270
$\beta \times \text{市場} \rightarrow \text{株価下}$	144	80	64	0.444444

表 2 における一致率とは β 板投資家モデルによる投資家の行動と実際の投資家の行動が一致した時間の割合である。一致率は biast が 1 を上回るか下回るかをランダムで予想した場合の結果が 0.5 となるため、0.5 を超えるということは板の傾向をランダムで推測するよりも良い結果になると言える。表 2 より、株価が上がる傾向のケースのうち Apple、Amazon、Intel の 3 社において一致率 0.5 を超えた。また株価が下がるようなケースにおいては Google が一致率 0.5 を超えた。株価が上がるケース、下がるケースともに一致率 0.5 を超えたケースは存在しなかった。また株価が下がるケース上がるケースともに一致率 0.5 を下回るケースは存在しなかった。

5. 考察

5.1 当日の板傾向

検証結果を見ると、Google のみがモデルにて株価が下がる傾向の時一致率が 0.5 を超え、他の Apple、Amazon、Intel はモデルにて株価上がる傾向の時一致率が 0.5 を超えた。本節ではこの要因を探るため、Google が他の銘柄と異なっている点を探す。当日の板傾向を見るとこの日 Google のみが買い注文>売り注文の方が売り注文<買い注文より少なかった(表 3)。

表 3. 売り注文と買い注文の積

	bias [∞]
APPL	6.2505E+73
AMZN	6.72927E+68
GOOG	1.86935E-44
INTC	852749484.3

表 3 はこの日の全時刻における bias(t)の積であり式(4)のように示せる。

$$\text{bias}^{\infty} = \prod_{i=1}^{\omega} \frac{\text{bid}(i)}{\text{ask}(i)}. \quad (4)$$

なお ω はこの日の最終時刻を示している。表 3 は 1 より大きい値を青、1 未満の値を赤で色付けしている。bias は 1 を基準にして判断することができる。なぜなら買い注文が多ければ bias の値は 1 を超え、売り注文が多ければ 1 を下回るからである。ゆえに 1 を基準とし表を色わけした。すると Google のみが bias[∞]が 1 を下回り、他の Apple、Amazon、Intel は bias[∞]が 1 を上回る結果となった。このことが示すことは、Google はこの日全体的に売り注文が買い注文より多く、Apple、Amazon、Intel は買い注文が売り注文より多かったということである。

β 板投資家モデルを用いた結果では Google の株価が下がると想定されるケースで biast が 1 を下回る結果である一致率が 0.5 を超えた。しかしこの日の Google の bias[∞]は 1 を下回っている。つまりこの日 Google では元々板の傾向が売り注文多い傾向であったためモデルによる板の傾向も biast が 1 を下回ったときのみ一致率が 0.5 を超えた。あるいは Apple、Amazon、Intel はこの日買い注文が多い傾向だったため biast が 1 を上回ったときのみ一致率が 0.5 を超えたと考えることができる。投資家はモデルのように β と市場の動きで行動を決定しているのではなく、板気配のみを見て投資を行っている投資家の存在が否定できない。

そこで次節では投資モデルの影響が存在するかを測るため、適合度検定のひとつである χ 二乗検定を行った。

5.2 β 板投資家モデルによる影響の判断

前節の最後において投資家は β と市場の動向を見て投資をしているのではなく、板気配のみを見て投資の意思決定をしている可能性があることを述べた。そのため本節では χ 二乗による適合度検定を行うことにより投資家は β と市場の動向より投資の意思決定を行っているのか、また板の傾向より投資の意思決定を行っているのかを判断する。

χ 二乗検定は検定統計量 W を計算し、 χ 二乗分布と比較して検定を行うものである[10]。

検定統計量 $W > \chi$ 二乗値であれば帰無仮説棄却し $W < \chi$ 二乗値であれば対立仮説を棄却する。本研究では各銘柄の検定統計量 W を式(5)のようにして求めた。

$$W = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(x_{ij} - \hat{x}_{ij})^2}{\hat{x}_{ij}}. \quad (5)$$

\hat{x}_{ij} は市場と β の傾向と投資家の行動は独立であるとして計算した株傾向 i 板気配 j の期待度数、 x_{ij} はその日の実際の数である株傾向 i 板気配 j の度数を示している。ここで $i=1$ は市場 $P \times \beta \rightarrow$ 株価が上がりやすいということを示し、 $i=2$ は市場 $P \times \beta \rightarrow$ 株価が下がりやすいことを示している。また $j=1$ は買>売 (板)、 $j=2$ は買<売 (板)を示している。

例として Apple の $i=1, j=1$ の時の期待度数は表 2 の値を用いると $170 \times 114 / (114 + 55) \div 115$ となる。表 4 は適合度検定のための検定統計量 W を $\text{biast}(t)$ に対して計算した結果である。

表 4 検定統計量 W の値

銘柄	W検定統計量
APPL	0.011717426
AMZN	0.105268623
GOOG	3.745278374
INTC	0.267998335

この検定において、帰無仮説は β 板投資家モデルによる影響がない、対立仮説は β 板投資家モデルによる影響がある、である。自由度 1 の χ 二乗値は $\alpha = 0.05$ の時に 3.84、 $\alpha = 0.1$ の時 2.710 となるため Google のみ有意水準 0.1 以下では帰無仮説は棄却されるが、そのほかの例では有意水準 0.1 以上としても帰無仮説は許容される。すなわち Google は有意水準 0.1 というケースにおいて仮説モデルの影響がないと言えないが、他の銘柄では β 板投資家モデルの影響はないと言える結果になった。

Google のみ異なった結果が出たことについて、検証日において Google は β や収益の変化に大きな差はなかったこと(表 5、6 参照)、表 3 のように他の銘柄と比べ板の傾向が違ったことから、投資家は板傾向をそのまま捉えることができないという何らか理由が存在すると考えているが、その論理については今回説明できなかった。

表 5.検証日の β

	β 平均	β 分散
Apple	-0.15629	0.032312
Amazon	-0.1224	0.100118
Google	-0.15792	0.036651
Intel	-0.12481	0.035638

表 6.検証日の収益

	収益平均	収益分散
APPL	-3.38004E-05	608528819.6
AMZN	-3.64685E-05	165504654.6
GOOG	-6.33541E-05	1367485182
INTC	-7.63241E-05	6056224.22

6. 結論

本研究では投資家は CAPM の β にとマーケットポートフォリオの動向の二点を用いて意思決定を行うという β 板投資家モデルを提案し、検証した。検証の結果を見ると当日の板の傾向と同様の動きが予測されるケースにおいては β 板投資家モデルで板の動きが説明できる傾向があることがうかがえた。しかしこれは板の傾向より受ける影響か β 板投資家モデルによる行動より板がうける影響かの判断がつかないため、適合度検定を用いて β 板投資家モデルによる影響があるか検証した結果、 β 板投資家モデルに基づいた行動の影響より当日の板の傾向が強く反映されるケースが多いことがわかった。しかし、検証日の Google のように β 板投資家モデルを用いた方が板を見て投資するだけよりも投資家の行動を反映することがわかった。

今後の課題としては、本研究ではある一日のみを分析対象としており、当日の β は各銘柄すべて負の値であったため、複数の日程を分析対象とすること、またサイクルで利用する β や板情報の評価を変えたうえで検証すること、そして何故 Google 社のみで適合度検定の結果が有意であったのか分析することがあげられる。

本論文は早稲田大学大学院会計研究科テーマ研究として執筆した論文をもとに、内容を修正して作成している。

参考文献

- [1]Sharpe. W.F, (1964), "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk" Journal of Finance, 19(3), pp425-442
- [2]Lintner. J, (1965), "The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets." Review of Economics and Statics, 47(1), pp13-37
- [3]Mossin. J, (1966), "Equilibrium in a Capital Asset Market." Econometrica, 34(4), pp768-783
- [4]小林孝雄 芹田敏夫(2016)『新・証券投資論 [I]-理論編-』日本経済新聞出版社
- [5]高橋大志, (2004)『行動ファイナンスとエージェントベースモデル』日本オペレーションズ・リサーチ学会, 経営の科学 49(3), pp148-153
- [6]Jean-Pierre DAnthine 著 祝迫得夫訳(2009)『現代ファイナンス分析-資産価格理論-』証

券アナリスト協会編集

[7]Philip Mcdonel(2008) 『The optimal potfolio modeling』 Wiley

[8]lobsterdata: <https://lobsterdata.com/> [2016/08/18 閲覧]

[9]finam:http://www.finam.ru/profile/mirovye-indeksy/sandp-500/export/?market=6&em=90&code=INX&apply=0&df=NaN&mf=NaN&yf=NaN&from=NaN.NaN.NaN&dt=21&mt=5&yt=2012&to=21.06.2012&p=1&f=INX_NNaNNa_120621&e=.csv&cn=INX&dtf=1&tmf=1&MSOR=1&mstime=on&mstimever=1&sep=3&sep2=1&datf=9&at=1# [2016/08/18 閲覧]

[10]日本統計学会(2015) 『統計学』 東京図書株式会社